Soustavy diferenciálních rovnic

1. Určete obecné řešení soustavy **x'=Ax**, kde matice **A** je:

a) $\begin{pmatrix} 2, & 1 \\ 3, & 4 \end{pmatrix}$, b) $\begin{pmatrix} 1, & -1 \\ -4, & 1 \end{pmatrix}$, c) $\begin{pmatrix} -1, & 8 \\ 1, & 1 \end{pmatrix}$, d) $\begin{pmatrix} 1, & 1 \\ -2, & 3 \end{pmatrix}$,

e) $\begin{pmatrix} 1, & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, f) $\begin{pmatrix} -1, & -5 \\ 1, & 1 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2, & 1 \\ -1, & 4 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 3, & -1 \\ 4, & -1 \end{pmatrix}$.

2. Určete obecné řešení soustavy **x'=Ax** a řešení vyhovující dané počáteční podmínce, jestliže matice **A** je:

a) $\begin{pmatrix} 3, & 2 \\ 1, & 2 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(0) = & 2 \\ x_2(0) = & -1 \end{matrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0, & 1 \\ 2, & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(0) = & 1 \\ x_2(0) = & 0 \end{matrix}$;

c) $\begin{pmatrix} 4, & 1 \\ -2, & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(0) = & 3 \\ x_2(0) = & 5 \end{matrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1, & 2 \\ 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(1) = & 0 \\ x_2(1) = & -4 \end{matrix}$;

e) $\begin{pmatrix} 2, & -3 \\ 1, & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(2) = & 0 \\ x_2(2) = & 1 \end{matrix}$; f) $\begin{pmatrix} 1, & -1 \\ 5, & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{matrix} x_1(\pi) = & 1 \\ x_2(\pi) = & -1 \end{matrix}$.

3. Metodou variace konstant určete obecné řešení soustavy:

a) $\begin{matrix} x' = & x - y + \dfrac{1}{\cos t} \\ y' = & 2x - y \end{matrix}$, b) $\begin{matrix} x' = & -x + 2y \\ y' = & -3x + 4y + \dfrac{\mathrm{e}^{3\mathrm{t}}}{\mathrm{e}^{2\mathrm{t}} + 1} \end{matrix}$,

c) $\begin{matrix} x' = & -4x - 2y + \dfrac{2}{\mathrm{e}^{\mathrm{t}} - 1} \\ y' = & 6x + 3y + \dfrac{3}{\mathrm{e}^{\mathrm{t}} - 1} \end{matrix}$, d) $\begin{matrix} x' = & 3x - 2y \\ y' = & 2x - y + 15\mathrm{e}^{\mathrm{t}}\sqrt{\mathrm{t}} \end{matrix}$.

4. Metodou odhadu určete řešení soustavy:

a) $\begin{matrix} x' = & y - \dfrac{5}{\cos t} \\ y' = & 2x + y \end{matrix}$; b) $\begin{matrix} x' = & 3x + 2y + 4\mathrm{e}^{5\mathrm{t}} \\ y' = & x + 2y \end{matrix}$; c) $\begin{matrix} x' = & x + 2y \\ y' = & x - 5\sin t \end{matrix}$;

d) $\begin{matrix} x' = & 4x + y - \mathrm{e}^{2\mathrm{t}} \\ y' = & y - 2x \end{matrix}$; e) $\begin{matrix} x' = & x - y + 8t \\ y' = & 5x - y \end{matrix}$; f) $\begin{matrix} x' = & 2x - y \\ y' = & 2y - x - 5\mathrm{e}^{\mathrm{t}}\sin \mathrm{t} \end{matrix}$.