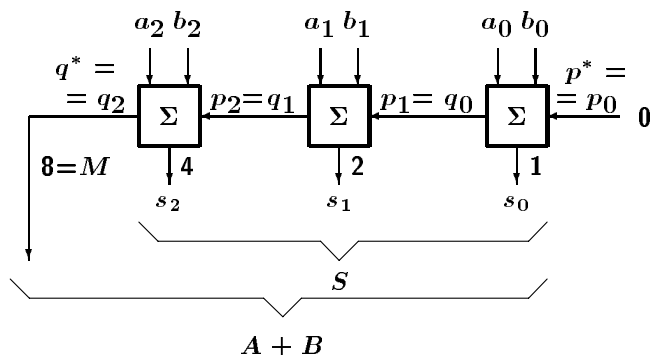


### Sčítání ve dvojkové soustavě

$A \sim a_2 a_1 a_0$   
 $B \sim b_2 b_1 b_0$  } **nezáporná čísla** (bez znaménka)



$p_i$  ... přenos do řádu  $i$  [carry]

$q_i$  ... přenos z řádu  $i$

$M = 8 = 2^3$  ... modul sčítačky

$$S = \begin{cases} A + B, & \text{je-li } q^* = 0 \\ A + B - M, & \text{je-li } q^* = 1 \end{cases}$$

$q^* = 1 \iff$  **přeplnění** [overflow]

$$M = 1000_2 = (111 + 1)_2$$

### Odčítání ve dvojkové soustavě

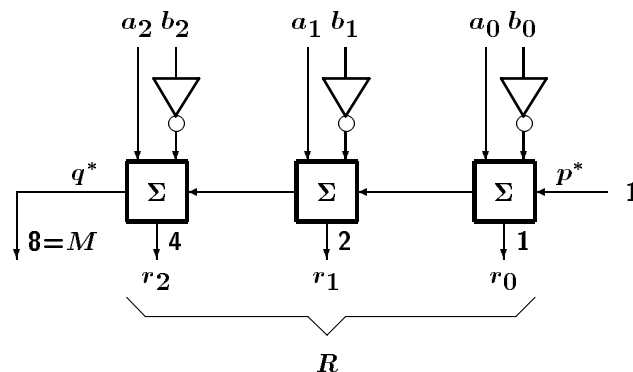
$A \sim a_2 a_1 a_0$   
 $B \sim b_2 b_1 b_0$  } **nezáporná čísla** (bez znaménka)

**Pozorování:**  $B = 101 \quad \bar{B} = 010$

$$B + \bar{B} = 111 = 1000 - 1 = M - 1$$

$$-B = \bar{B} + 1 - M$$

$$A - B = A + \bar{B} + 1 - M$$



$$R = A - B, \text{ je-li } q^* = 1$$

$p^* = 1$  ... „horká jednička“ [hot one]

### Odčítání ve dvojkové soustavě 2

**sčítání** ... přenos [carry]

**odčítání** ... výpůjčka [borrow]

$v^*$  ... výpůjčka pro nejvyšší řád

$$v^* = 1 \iff \text{záporný výsledek}$$

$$X = A - B$$

$$A + \bar{B} + 1 = M + (A - B) = M + X$$

$$X \geq 0 \Rightarrow q^* = 1 \Rightarrow R = X$$

$$X < 0 \Rightarrow q^* = 0 \Rightarrow R = M + X$$

$$\begin{aligned} q^* = 1 &\iff v^* = 0 \iff A - B \geq 0 \\ q^* = 0 &\iff v^* = 1 \iff A - B < 0 \end{aligned}$$

$$v^* = \overline{q^*}$$

### Kódy pro záporná čísla

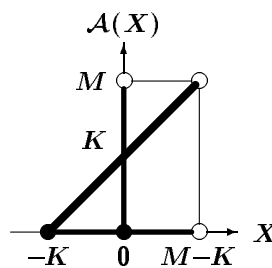
(přesněji: pro záporná i nezáporná čísla,  
 tzn. pro „čísla se znaménkem“)

**Ve standardní polyadické soustavě** (dvojkové, desítkové a pod.) **nelze zapsat záporná čísla.**

Proto se používají **kódy**:

1. **přímý** [sign-magnitude]
2. **doplňkový (dvojkový doplněk)** [2's complement]
3. **aditivní (s posunutou nulou)** [biased]
4. **inverzní** [1's complement]

Př.: aditivní kód



$$A(X) = X + K$$

$K$  — „vhodná“ konstanta

$$-K \leq X < M - K$$

$M$  — tzv. **modul řádové mřížky**

**modul řádové mřížky** — zobecnění modulu sčítačky i na jiné aplikace (např. obsah registrů)

### Přímý kód

$\boxed{\pm}$  absolutní hodnota

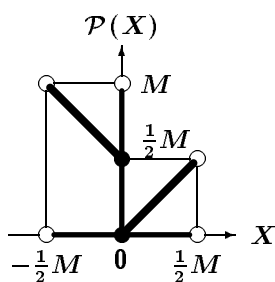
↑  
znaménkový bit: 0 ~ +  
1 ~ -

Př.:  $M = 1000_2 \Rightarrow$  3bitová čísla

$X$	$\mathcal{P}(X)$
+0	0 0 0
+1	0 0 1
+2	0 1 0
+3	0 1 1
-0	1 0 0
-1	1 0 1
-2	1 1 0
-3	1 1 1

← kladná nula

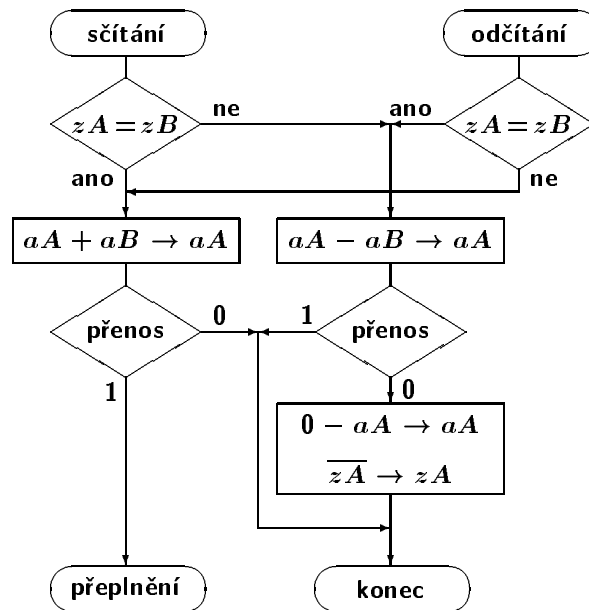
← záporná nula



$$|X| < \frac{1}{2}M$$

### Sčítání a odčítání v přímém kódu

$$\left. \begin{matrix} A \sim (zA, aA) \\ B \sim (zB, aB) \end{matrix} \right\} \rightarrow ? \left\{ \begin{matrix} A + B \rightarrow A \\ A - B \rightarrow A \end{matrix} \right.$$



### Doplňkový kód

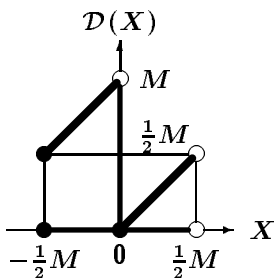
$$\mathcal{D}(X) = \begin{cases} X, & \text{je-li } X \geq 0 \\ M + X, & \text{je-li } X < 0 \end{cases}$$

(srov. odčítání nezáporných čísel:  $R = \dots$ )

Př.:  $M = 1000_2 \Rightarrow$  3bitová čísla

$X$	$\mathcal{D}(X)$
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
-4	1 0 0
-3	1 0 1
-2	1 1 0
-1	1 1 1

← **!**



Znaménko je určeno prvním bitem (zleva); tento bit je však organickou částí obrazu (na rozdíl od přímého kódu)

$$-\frac{1}{2}M \leq X < \frac{1}{2}M$$

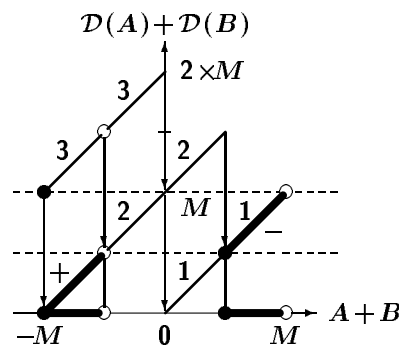
### Sčítání v doplňkovém kódu

	$\mathcal{D}(A) + \mathcal{D}(B)$	$\mathcal{D}(A+B)$
1 $A \geq 0, B \geq 0$	$A+B$	$A+B$
2 $A \geq 0, B < 0$	$A+B+M$	$\begin{cases} A+B \\ A+B+M \end{cases}$
3 $A < 0, B \geq 0$		
3 $A < 0, B < 0$	$A+B+M+M$	$A+B+M$

$$\mathcal{D}(A+B) = \begin{cases} \mathcal{D}(A) + \mathcal{D}(B) \\ \mathcal{D}(A) + \mathcal{D}(B) - M \end{cases}$$

**Sečtou se obrazy a ignoruje se přenos.**

? přeplnění? (přeplnění  $\neq$  přenos)

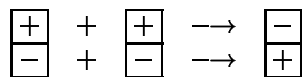


přeplnění:

$\boxed{+}$	+	$\boxed{+}$	$\rightarrow$	$\boxed{-}$
$\boxed{-}$	+	$\boxed{-}$	$\rightarrow$	$\boxed{+}$

Sčítání v doplňkovém kódu

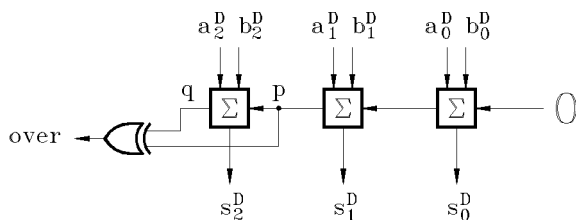
přeplnění:



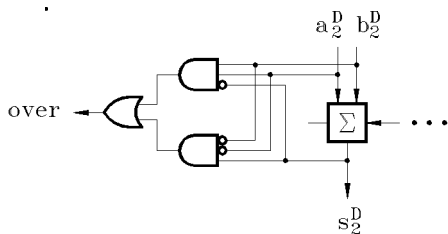
pravdivostní tabulka úplné sčítačky:

$$\left. \begin{matrix} a = 0 & b = 0 & s = 1 \\ a = 1 & b = 1 & s = 0 \end{matrix} \right\} \iff p \neq q$$

přeplnění: v nejvyšším řádu  $p \neq q$



jiná alte



Odčítání v doplňkovém kódu

$$A - B = A + (-B)$$

$$\mathcal{D}(B) + \mathcal{D}(-B) = B + (-B) + M = M$$

$$\mathcal{D}(-B) = M - \mathcal{D}(B)$$

srovnej „Odčítání nezáporných čísel“:

$$\mathcal{D}(-B) = \overline{\mathcal{D}(B)} + 1$$

**Odčítačka:** stejná jako u nezáporných čísel, ale detekce přeplnění jako u sčítačky v doplňkovém kódu.

Doplňkový kód v desítkové soustavě

Př.: 3místná desítková čísla  $\rightarrow M = 1000_{10}$

$X$	$\mathcal{D}(X)$	$X$	$\mathcal{D}(X)$
0	000	-500	500
1	001	-499	501
⋮	⋮	⋮	⋮
499	499	-1	999

Znaménko je určeno první číslicí (zleva):

0 ÷ 4	...	+
5 ÷ 9	...	-

$$\text{Př.: } \mathcal{D}(X) + \mathcal{D}(-X) = 1000 = 999 + 1$$

$$\mathcal{D}(-X) = 999 - \mathcal{D}(X) + 1$$

označme:  $\tilde{a} = 9 - a$

$$\mathcal{D}(X) = 499 \implies \mathcal{D}(-X) = \tilde{\tilde{499}} + 1$$

$$\mathcal{D}(-X) = 500 + 1 = 501$$

tzv. **desítkový doplněk** [10's complement]

ve dvojkové soustavě: **dvojkový doplněk**

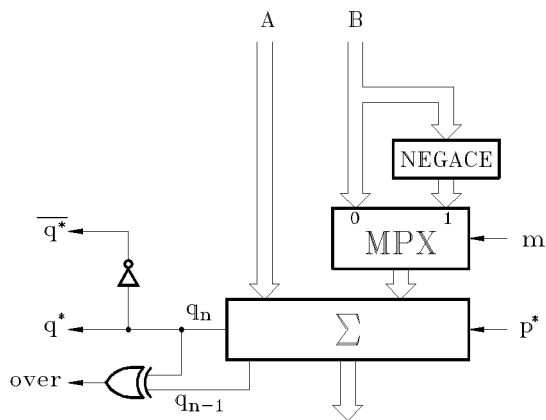
Pozn.: existuje také **jedničkový a devítkový doplněk**

(týká se tzv. inverzního kódu)

Sčítání a odčítání — 80x86

(základní princip)

- nezáporná čísla (bez znaménka) — *byte, word*
- doplňkový kód — *shortint, integer*



	$m$	$p^*$	$CF$	$OF$
ADD	0	0	$q^*$	over
ADC	0	$CF$	$q^*$	over
SUB	1	1	$\overline{q^*}$	over
SBB	1	$\overline{CF}$	$\overline{q^*}$	over

### Příznaky a vícenásobná aritmetika

(např. *longint*)

• **nižší řády:**

- OF — nemá význam
- CF — přenos / výpůjčka pro další řády
- ADD → ADC → ... → ADC
- SUB → SBB → ... → SBB

• **nejvyšší řád:**

	CF	OF
<i>byte, word</i>	přeplnění	—
<i>shortint, integer</i>	—	přeplnění

### Rozšíření řádové mřížky

v doplňkovém kódu

$$\mathcal{D}(X) = \begin{cases} X & \\ X + M & \end{cases} \quad \mathcal{D}'(X) = \begin{cases} X & \\ X + N & \end{cases}$$

M a N ... moduly řádových mřížek:  $M < N$

$$\mathcal{D}'(X) = \mathcal{D}(X) + \begin{cases} 0 & \text{pro } X \geq 0 \\ N - M & \text{pro } X < 0 \end{cases}$$

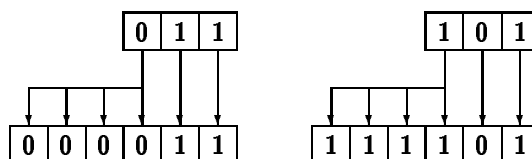
$$M = 2^m, N = 2^n \implies N - M = 2^n - 2^m$$

$$N - M = (2^n - 2^m - 1) \cdot 2^m$$

Př.:  $M = 1000_2$  ... 3bitová čísla

$N = 100000_2$  ... 6bitová čísla

$$N - M = 111000_2$$



tzv. znaménkové rozšíření [sign extension]

### Posuvy

Př.:  $001,01 \times 100 = 101,00$

$101,00 : 100 = 001,01$

obecně:

$$A \times 2^k = A \ll k \quad \text{posuv vlevo [shift left]}$$

$$A : 2^k = A \gg k \quad \text{posuv vpravo [shift right]}$$

$$A \gg k = A \ll -k$$

- problémy:** (a) Vypadávají některé bity (číslíce).  
 (b) Co vložit na uvolněná místa ?

#### logický posuv

- (a) ignoruje se
- (b) nuly

#### aritmetický posuv

- (a) detekce přeplnění (popř. ztráty přesnosti)
- (b) takové bity (číslíce), aby výsledek odpovídal (pokud možno) příslušnému násobení nebo dělení

#### cyklický (kruhový) posuv [rotation]

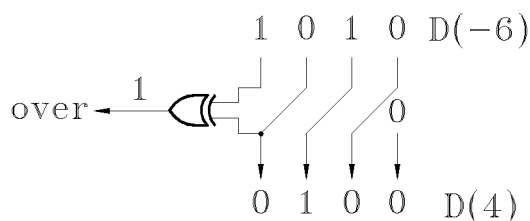
Vypadávající číslice se ve stejném pořadí vkládají na uvolněná místa.

### Aritmetický posuv

v doplňkovém kódu

$$A \ll 1 \equiv A \times 2 = A + A$$

stejní sčítanci  $\implies$  stejné znaménko



$$A \gg 1 \text{ — opak } A \ll 1$$

bez přeplnění

