

OPTIMALIZACE

OPTIMALIZACE

R. Fletcher, **Practical** Methods of Optimiz**ation**.
John Wiley & Sons **2000**.

(Různá vydání 1987, 1993, 1995, 1996 a 1999.)

OPTIMALIZACE

R. Fletcher, Practical Methods of Optimization.
John Wiley & Sons 2000.

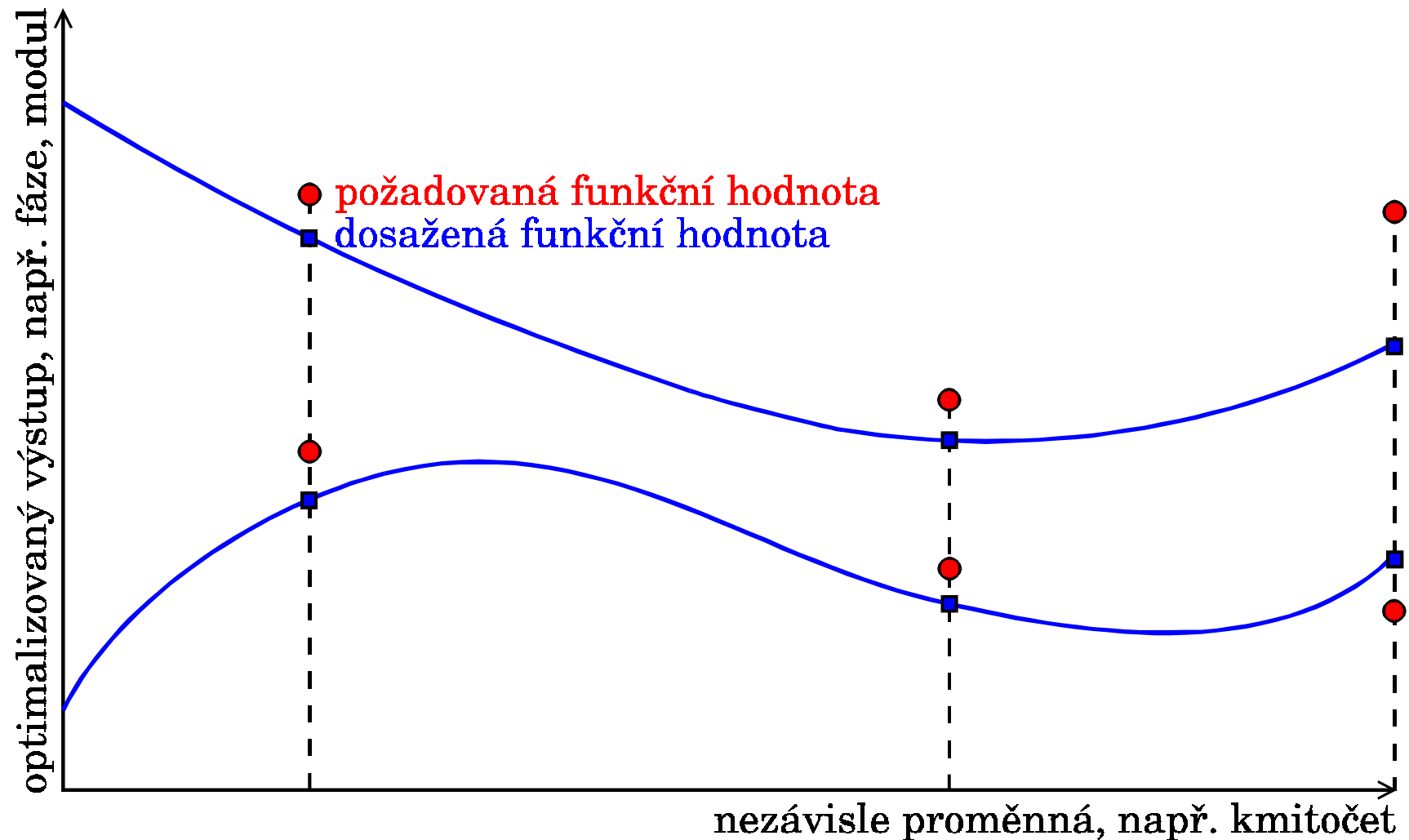
(Různá vydání 1987, 1993, 1995, 1996 a 1999.)

Newton-like Methods, Levenberg-Marquardt,
Fletcher, strana 48

- jde o metodu často používanou a oblíbenou, např. WPlot ji používá k vyhlazování křivek
- metoda je implementovaná v programu CIA, optimalizace je možná v **kmitočtové** i **časové** oblasti (a samozřejmě také optimalizace pracovního bodu i stejnosměrných charakteristik)

OPTIMALIZACE

Formulace úlohy pomocí součtu nejmenších čtverců



definice rozdílu mezi **naměřenými** a **proloženými** body:

$$S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m R_k^2(x_1, \dots, x_n)$$

x_1, \dots, x_n ... neznámé parametry obvodu, např. C_7
 $R_k, k = 1, \dots, m$... **odchylky** sledovaných výstupních
obvodových veličin od předepsaných
hodnot, $m \geq n$ (v našem případě $m = 6$)

definice rozdílu mezi **naměřenými** a **proloženými** body:

$$S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m R_k^2(x_1, \dots, x_n)$$

x_1, \dots, x_n ... neznámé parametry obvodu, např. C_7
 $R_k, k = 1, \dots, m$... odchylky sledovaných výstupních
obvodových veličin od předepsaných
hodnot, $m \geq n$ (v našem případě $m = 6$)

lokální (!) extrém (minimum?) funkce více proměnných:

$$\nabla S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m 2R_k(x_1, \dots, x_n) \nabla R_k(x_1, \dots, x_n) = \mathbf{0}$$

Řešení úlohy „Newtonovou“ metodou:

odchylky $R_k(x_1, \dots, x_n)$ rozvineme v linearizačním středu
 j -té iterace optimalizace pomocí
Taylorovy řady

$$R_k(x_1, \dots, x_n) \approx r_k^{(j)} + \left[\frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix},$$

Řešení úlohy „Newtonovou“ metodou:

odchylky $R_k(x_1, \dots, x_n)$ rozvineme v linearizačním středu
 j -té iterace optimalizace pomocí
Taylorovy řady

$$R_k(x_1, \dots, x_n) \approx r_k^{(j)} + \left[\frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix},$$

přičemž bylo v této rovnici použito stručnější označení

$$r_k^{(j)} = R_k(x_1^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}), \quad \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} = \frac{\partial R_k}{\partial x_i}(x_1^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}), \quad i = 1, \dots, n$$

rozvoj dosadíme do výchozí rovnice pro **lokální minimum**

$$\sum_{k=1}^m \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \nabla \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \approx$$

$$\sum_{k=1}^m \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \nabla \mathbf{r}_k^{(j)} = \mathbf{0},$$

rozvoj dosadíme do výchozí rovnice pro **lokální minimum**

$$\sum_{k=1}^m \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \nabla \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \approx$$

$$\sum_{k=1}^m \left\{ \mathbf{r}_k^{(j)} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{r}_k^{(j)}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \right\} \nabla \mathbf{r}_k^{(j)} = \mathbf{0},$$

zanedbáme-li i zde členy obsahující **druhé derivací**, což je v souladu s obecnou koncepcí metod typu „**Newton-like**“

maticovou rovnici rozepíšeme pro **jednotlivé složky gradientu** $i = 1, \dots, n$

$$\sum_{k=1}^m \left[\frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} = - \sum_{k=1}^m \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} r_k^{(j)}, \quad i = 1, \dots, n$$

maticovou rovnici rozepíšeme pro **jednotlivé složky gradientu** $i = 1, \dots, n$

$$\sum_{k=1}^m \left[\frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} = - \sum_{k=1}^m \frac{\partial r_k^{(j)}}{\partial x_i} r_k^{(j)}, \quad i = 1, \dots, n$$

čili po **rozepsání součtu**

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial r_1^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_1^{(j)}}{\partial x_1} + \dots + \frac{\partial r_m^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_m^{(j)}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial r_1^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_1^{(j)}}{\partial x_n} + \dots + \frac{\partial r_m^{(j)}}{\partial x_i} \frac{\partial r_m^{(j)}}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(j)} \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1^{(j)}}{\partial x_i}, \dots, \frac{\partial r_m^{(j)}}{\partial x_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1^{(j)} \\ \vdots \\ r_m^{(j)} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n$$

rovnice se obvykle zapisuje přehledněji v maticové formě

$$\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{J}^{(j)} \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{r}^{(j)}, j = 0, \dots, j_{\max}$$

$$\mathbf{J}^{(j)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial x_n}^{(j)} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial r_m}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_m}{\partial x_n}^{(j)} \end{bmatrix}$$

rovnice se obvykle zapisuje přehledněji v maticové formě

$$\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{J}^{(j)} \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{r}^{(j)}, j = 0, \dots, j_{\max}$$

$$\mathbf{J}^{(j)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial x_n}^{(j)} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial r_m}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_m}{\partial x_n}^{(j)} \end{bmatrix}$$

rychlá verze: $\mathbf{x}^{(j+1)} = \mathbf{x}^{(j)} + \Delta \mathbf{x}^{(j)}$
(tj. neprovádí se jednorozměrná minimalizace)

rovnice se obvykle zapisuje přehledněji v maticové formě

$$\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{J}^{(j)} \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{r}^{(j)}, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

$$\mathbf{J}^{(j)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial x_n}^{(j)} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial r_m}{\partial x_1}^{(j)} & \dots & \frac{\partial r_m}{\partial x_n}^{(j)} \end{bmatrix} \quad \text{rychlá verze: } \mathbf{x}^{(j+1)} = \mathbf{x}^{(j)} + \Delta \mathbf{x}^{(j)}$$

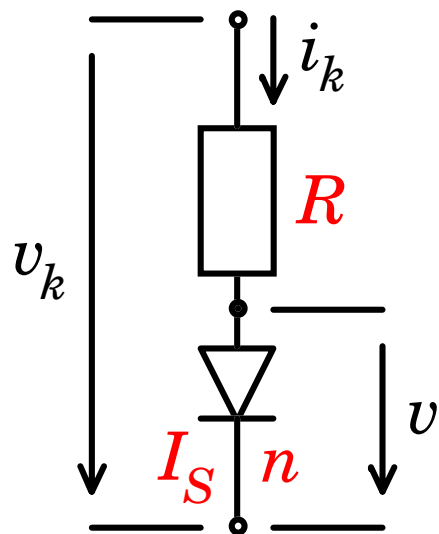
finální úspěšná modifikace metody **Levenberg-Marquardt**

$$\left(\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{J}^{(j)} + \lambda^{(j)} \mathbf{1} \right) \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{R}(x_1^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}), \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

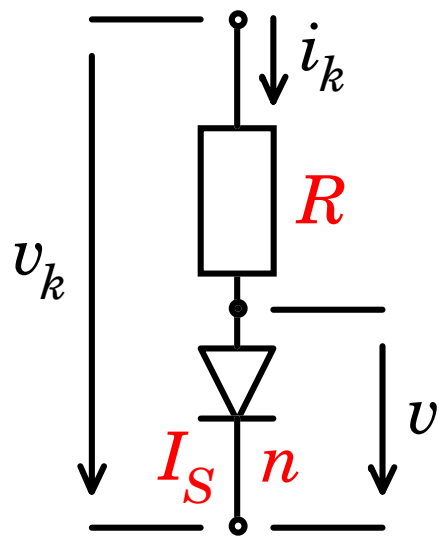
vznikne kombinací s pomalejší, ale stabilnější metodou **gradientní** („steepest descent“); „míru“ metod stanoví $\lambda^{(j)}$

$$\Delta \mathbf{x}^{(j)} = -2 \mathbf{J}^{(j)\top} \mathbf{R}(x_1^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}), \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

Identifikace jednoduchého modelu polovodičové diody



Identifikace jednoduchého modelu polovodičové diody

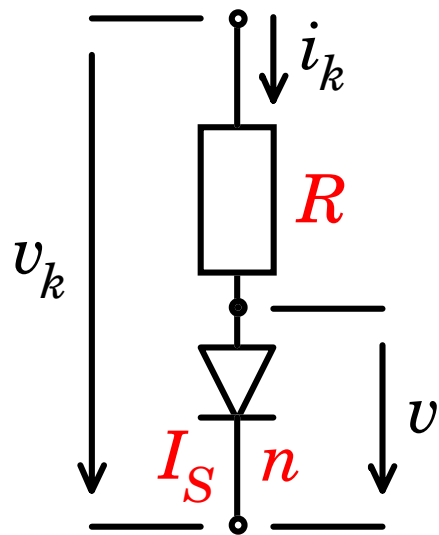


PN přechod: $i_k^{(j)} = I_S^{(j)} \left(e^{\frac{v^{(j)}}{n^{(j)} v_T}} - 1 \right)$ neboli

$$v^{(j)} = n^{(j)} v_T \ln \left(\frac{i_k^{(j)}}{I_S^{(j)}} + 1 \right), \quad k = 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

rezistor: $v^{(j)} = v_k - R^{(j)} i_k^{(j)}, \quad k = 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$

Identifikace jednoduchého modelu polovodičové diody



PN přechod: $i_k^{(j)} = I_S^{(j)} \left(e^{\frac{v^{(j)}}{n^{(j)} v_T}} - 1 \right)$ neboli

$$v^{(j)} = n^{(j)} v_T \ln \left(\frac{i_k^{(j)}}{I_S^{(j)}} + 1 \right), \quad k = 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

rezistor: $v^{(j)} = v_k - R^{(j)} i_k^{(j)}, \quad k = 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$

$$f(i_k^{(j)}) = n^{(j)} v_T \ln \left(\frac{i_k^{(j)}}{I_S^{(j)}} + 1 \right) + R^{(j)} i_k^{(j)} - v_k = 0, \quad k = 1, \dots, 5, \quad j = 0, \dots, j_{\max}$$

naměřené hodnoty:

$$v_1 = 0,400 \text{ V}, \quad \text{inp}i_1 = 0,000002 \text{ A}$$

$$v_2 = 0,525 \text{ V}, \quad \text{inp}i_2 = 0,00005 \text{ A}$$

$$v_3 = 0,651 \text{ V}, \quad \text{inp}i_3 = 0,001 \text{ A}$$

$$v_4 = 0,759 \text{ V}, \quad \text{inp}i_4 = 0,01 \text{ A}$$

$$v_5 = 0,925 \text{ V}, \quad \text{inp}i_5 = 0,2 \text{ A}$$

naměřené hodnoty:

$$v_1 = 0,400 \text{ V}, \quad i_1 = 0,000002 \text{ A}$$

$$v_2 = 0,525 \text{ V}, \quad i_2 = 0,00005 \text{ A}$$

$$v_3 = 0,651 \text{ V}, \quad i_3 = 0,001 \text{ A}$$

$$v_4 = 0,759 \text{ V}, \quad i_4 = 0,01 \text{ A}$$

$$v_5 = 0,925 \text{ V}, \quad i_5 = 0,2 \text{ A}$$

řešení: $n^{(7)} = 1,67$, $I_S^{(7)} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ A}$, $R^{(7)} = 0,247 \Omega$

odpovídající hodnoty proudu po identifikaci parametrů:

$$v_1 = 0,400 \text{ V}, \quad i_1 = 0,00000218 \text{ A}$$

$$v_2 = 0,525 \text{ V}, \quad i_2 = 0,0000436 \text{ A}$$

$$v_3 = 0,651 \text{ V}, \quad i_3 = 0,000888 \text{ A}$$

$$v_4 = 0,759 \text{ V}, \quad i_4 = 0,0111 \text{ A}$$

$$v_5 = 0,925 \text{ V}, \quad i_5 = 0,197 \text{ A}$$

naměřené hodnoty:

$$v_1 = 0,400 \text{ V}, \quad i_1 = 0,000002 \text{ A}$$

$$v_2 = 0,525 \text{ V}, \quad i_2 = 0,00005 \text{ A}$$

$$v_3 = 0,651 \text{ V}, \quad i_3 = 0,001 \text{ A}$$

$$v_4 = 0,759 \text{ V}, \quad i_4 = 0,01 \text{ A}$$

$$v_5 = 0,925 \text{ V}, \quad i_5 = 0,2 \text{ A}$$

řešení: $n^{(7)} = 1,67$, $I_S^{(7)} = 1,5 \times 10^{-10} \text{ A}$, $R^{(7)} = 0,247 \Omega$

odpovídající hodnoty proudu po identifikaci parametrů:

$$v_1 = 0,400 \text{ V}, \quad i_1 = 0,00000218 \text{ A}$$

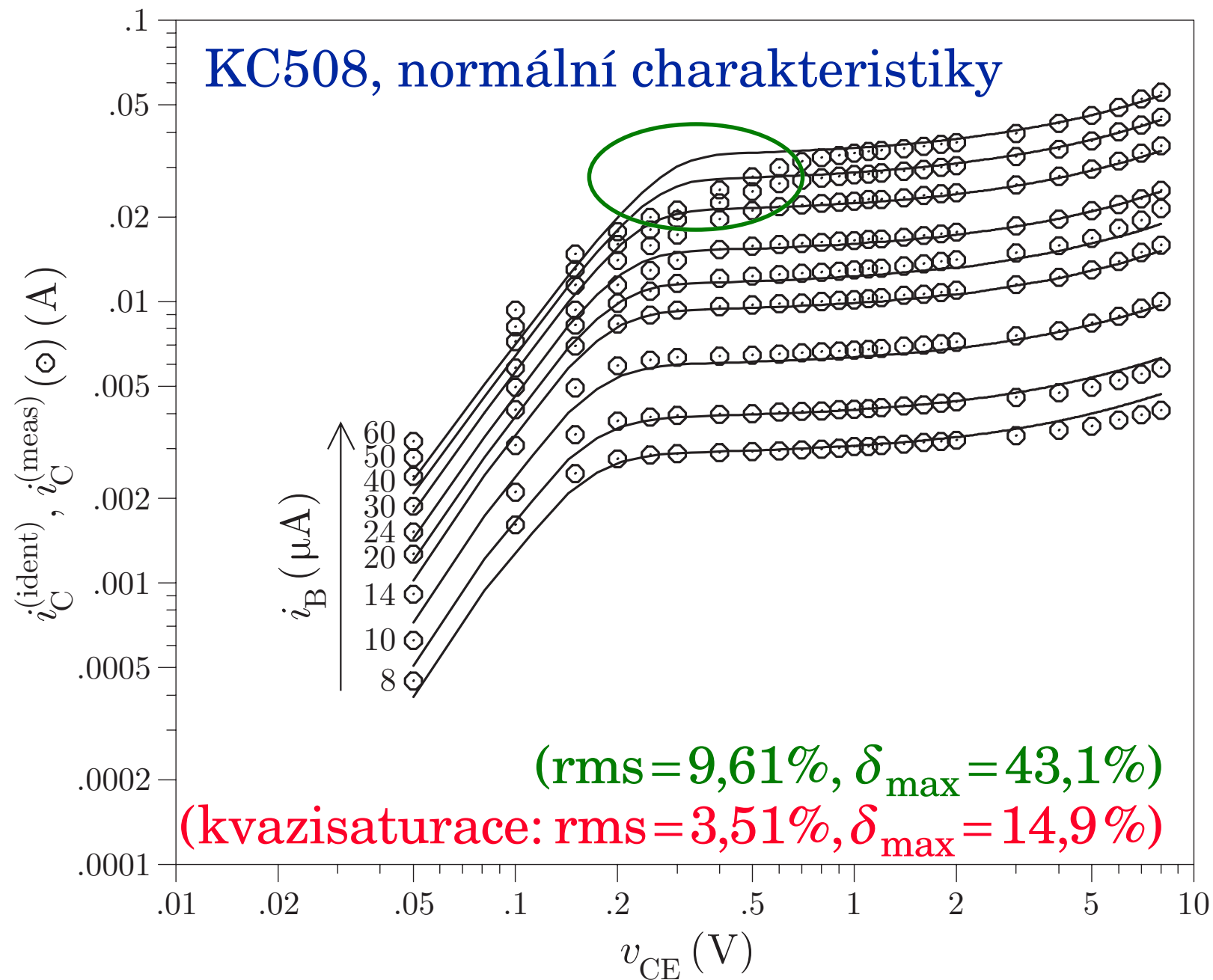
$$v_2 = 0,525 \text{ V}, \quad i_2 = 0,0000436 \text{ A}$$

$$v_3 = 0,651 \text{ V}, \quad i_3 = 0,000888 \text{ A}$$

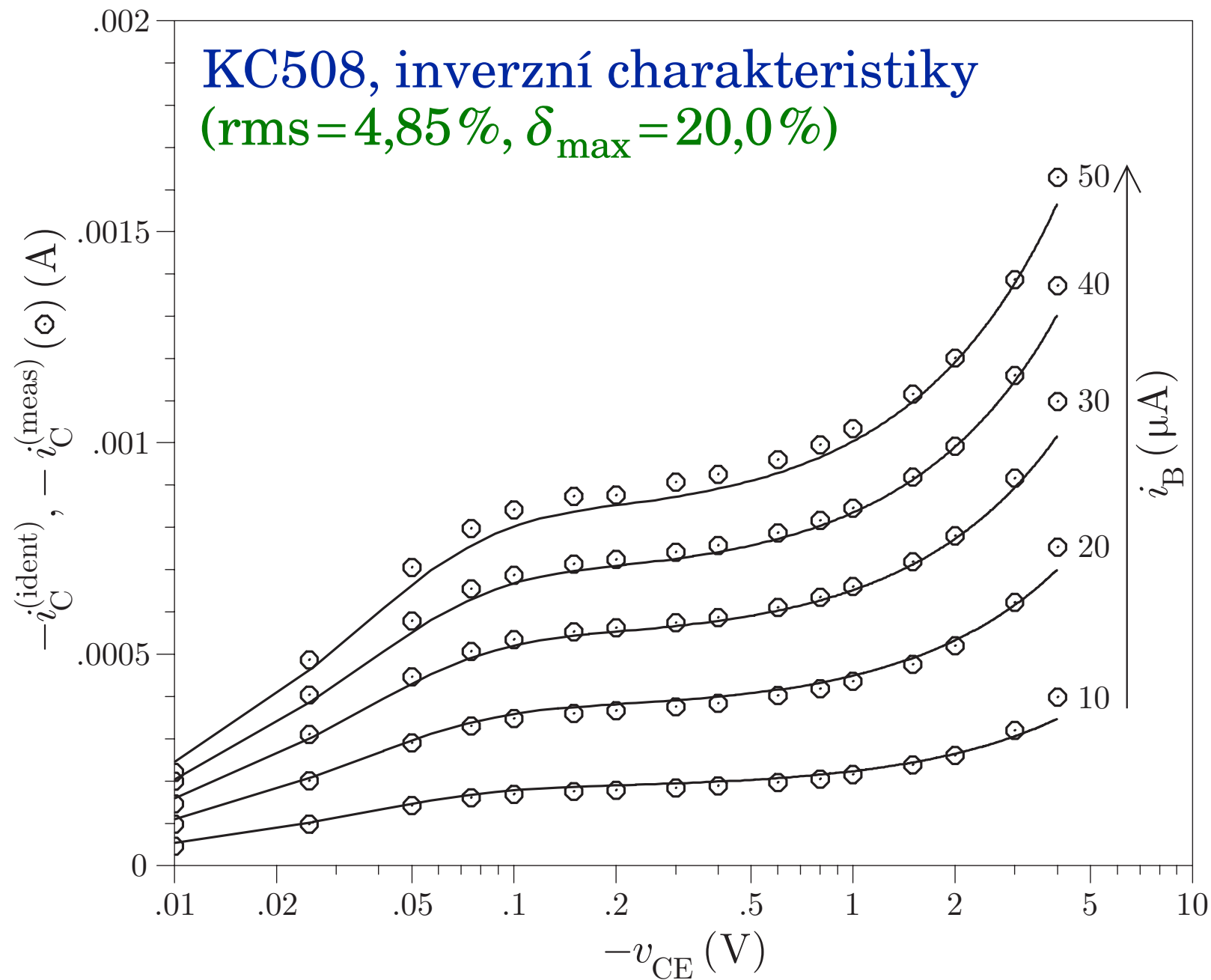
$$v_4 = 0,759 \text{ V}, \quad i_4 = 0,0111 \text{ A} \dots \text{viz kód v souboru}$$

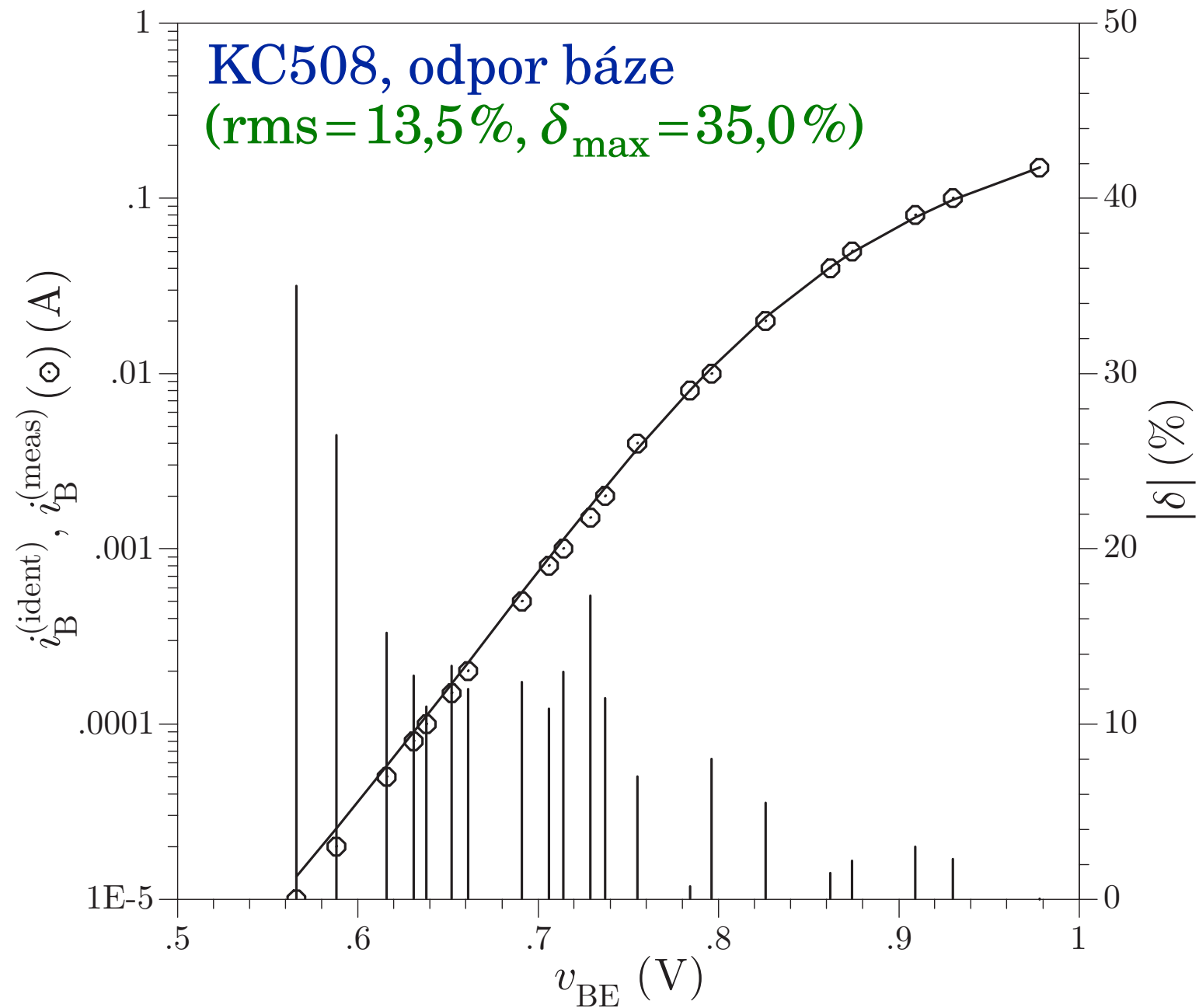
$$v_5 = 0,925 \text{ V}, \quad i_5 = 0,197 \text{ A} \text{ OPTIM.MATLAB.M}$$

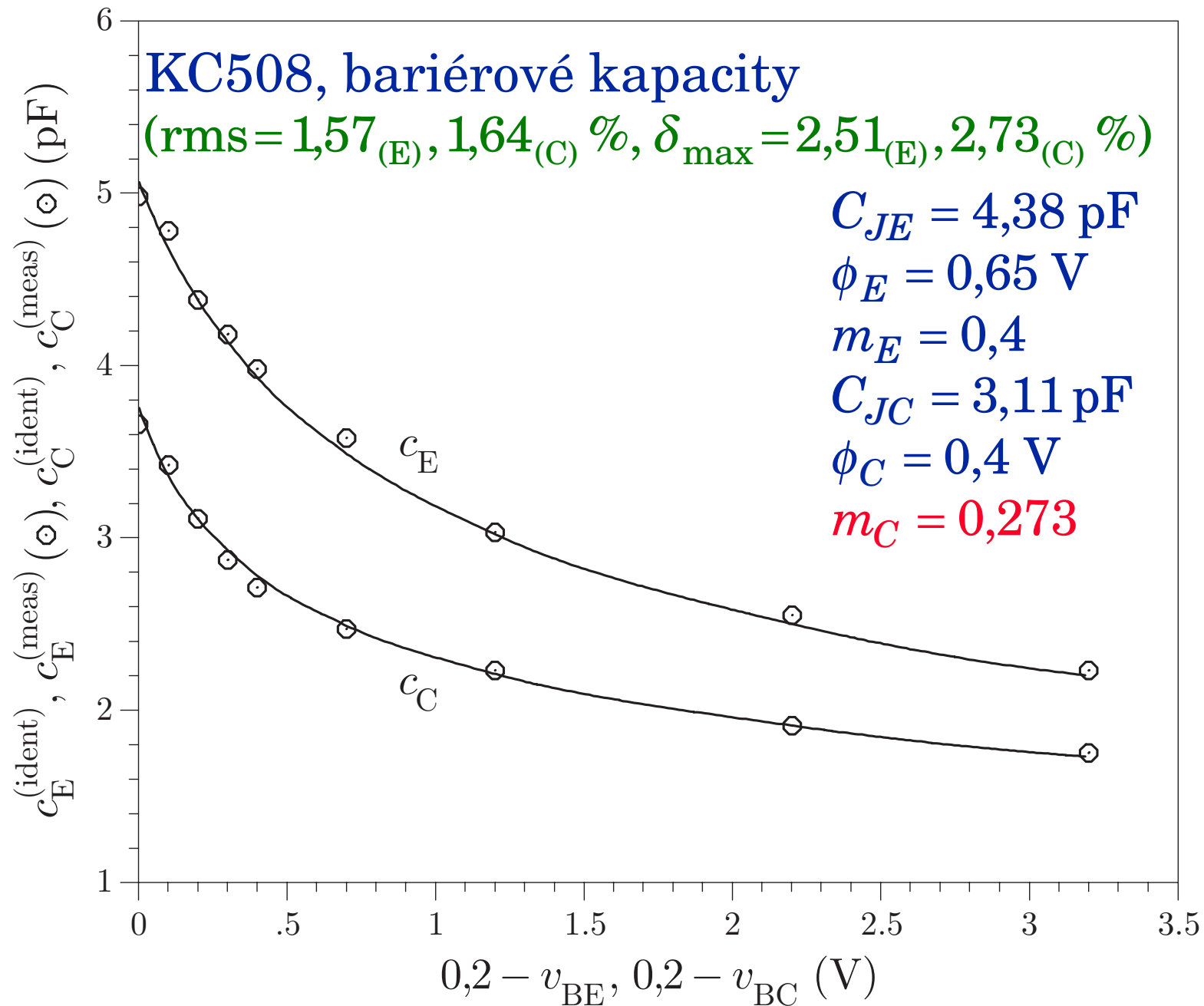
KC508, normální charakteristiky



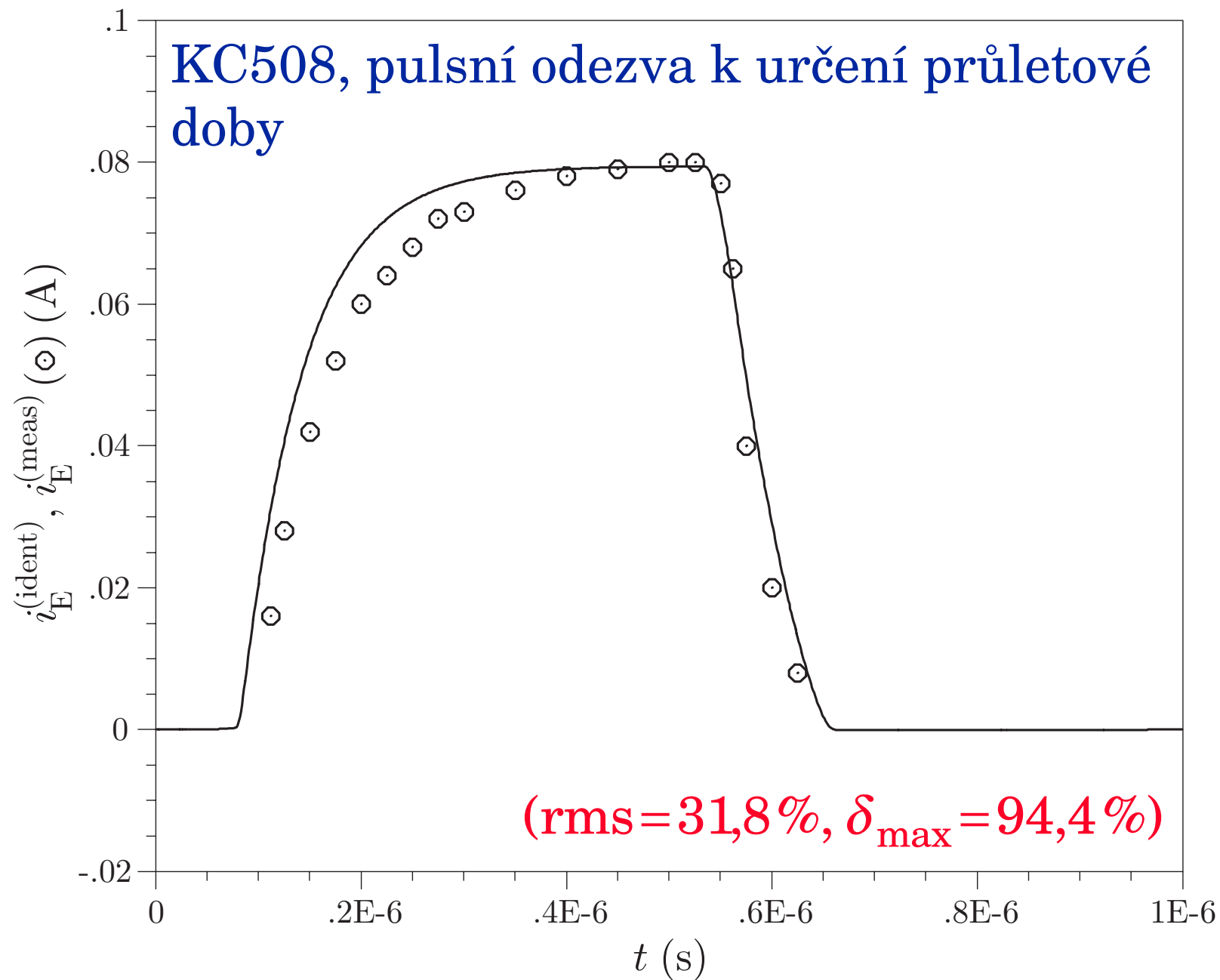
KC508, inverzní charakteristiky
(rms=4,85%, $\delta_{\max}=20,0\%$)



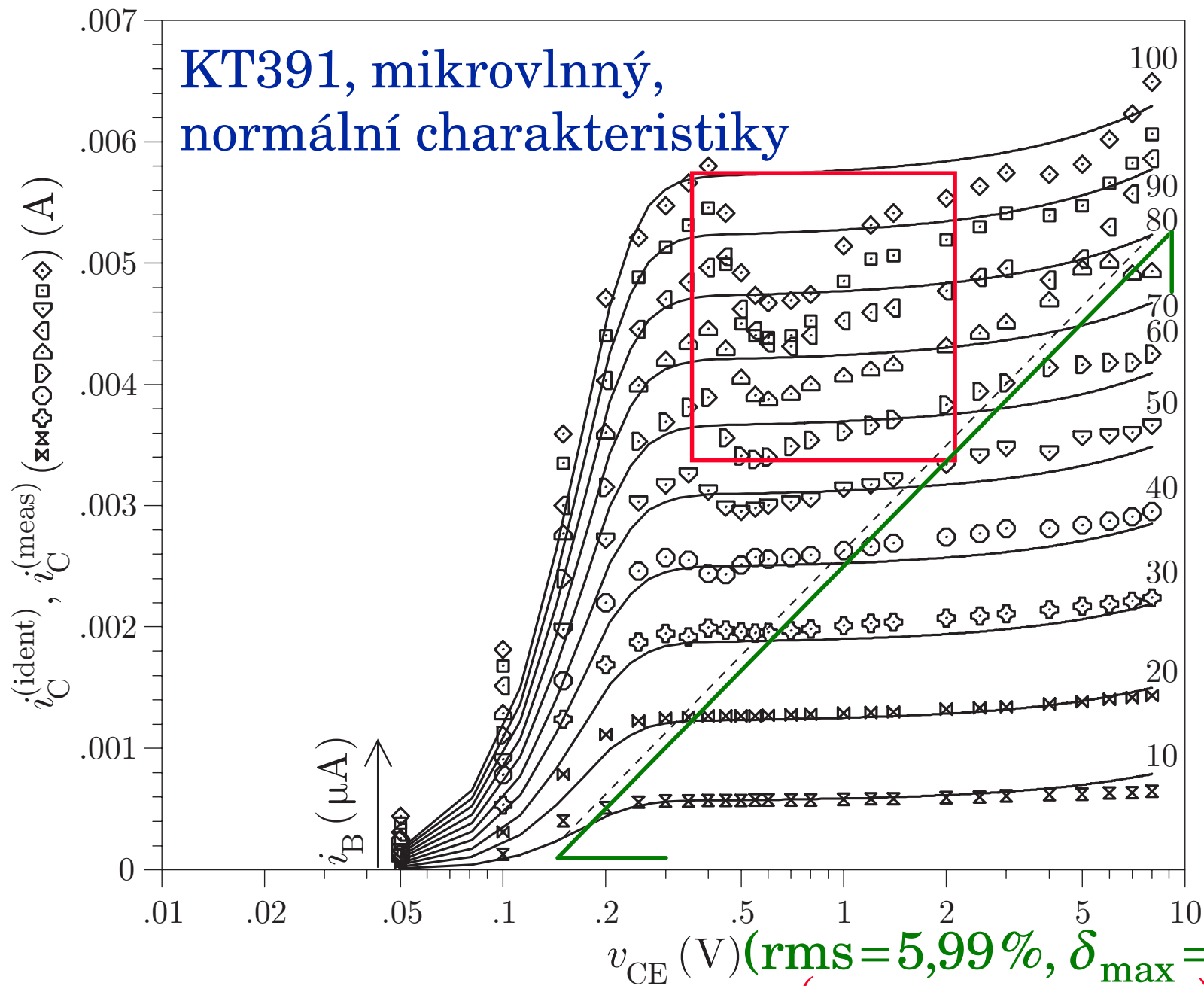




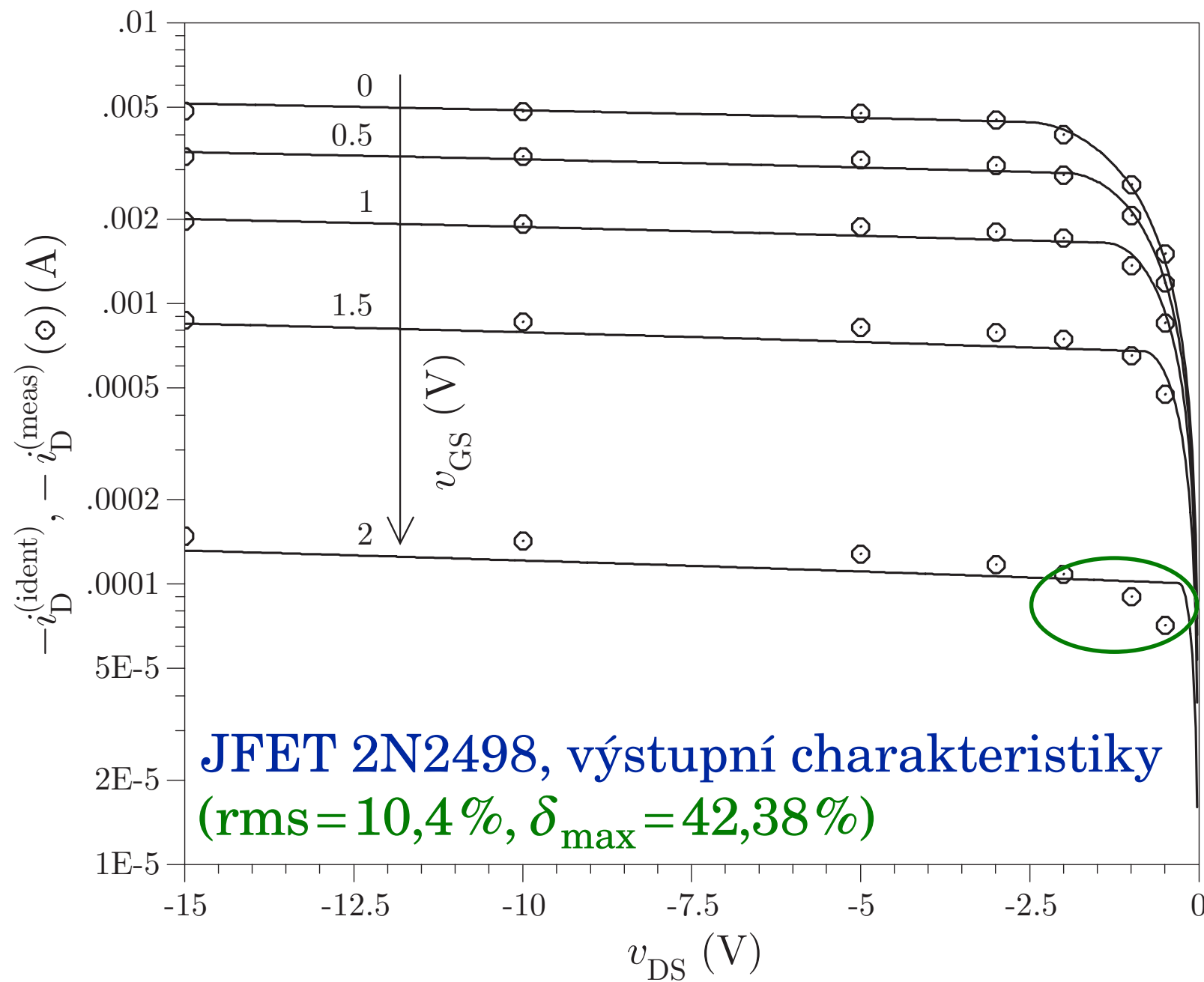
KC508, pulsní odezva k určení průletové doby

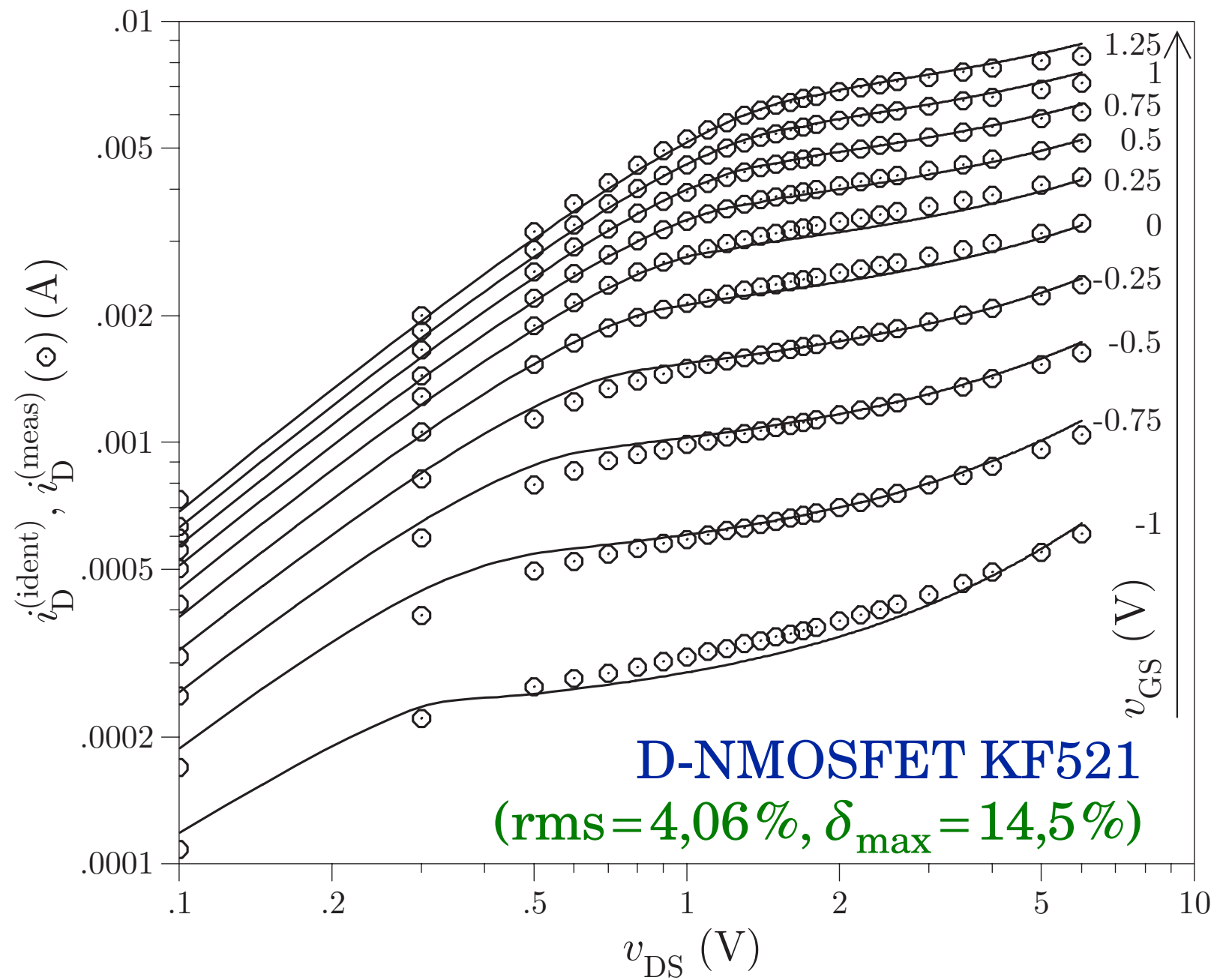


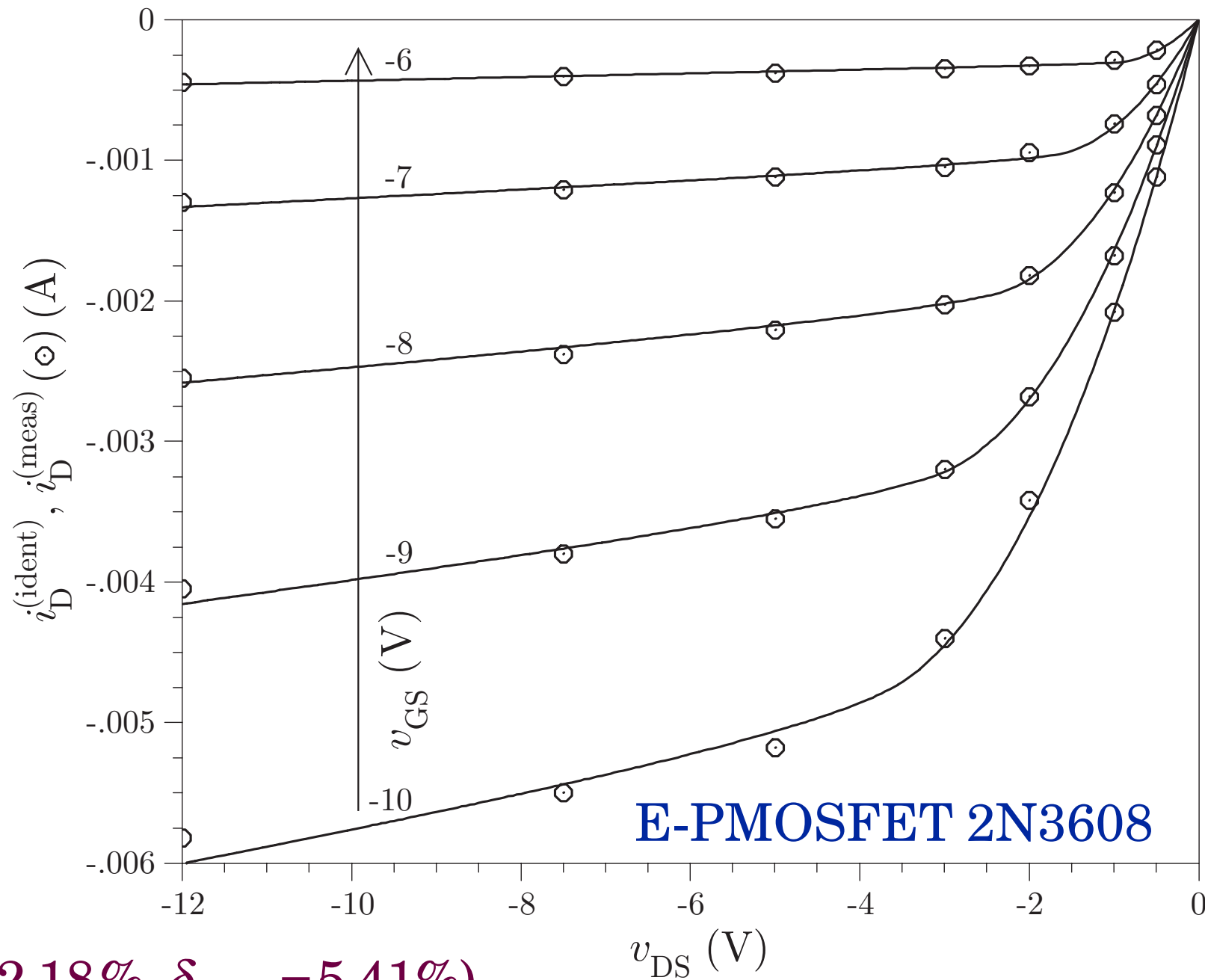
KT391, mikrovlnný, normální charakteristiky



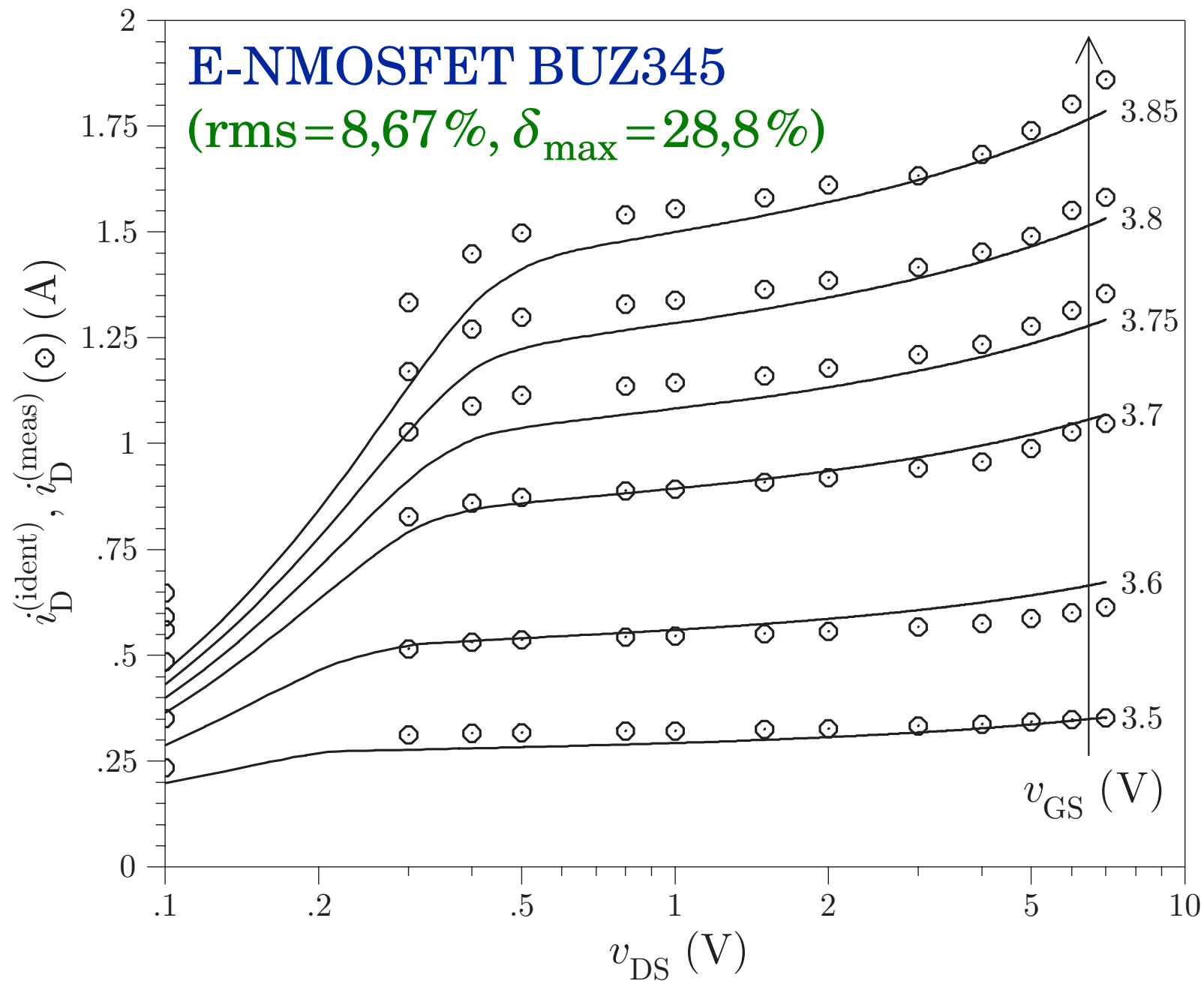
v_{CE} (V) (rms=5,99%, δ_{max} =22,2%)
(pro vymezenou část)

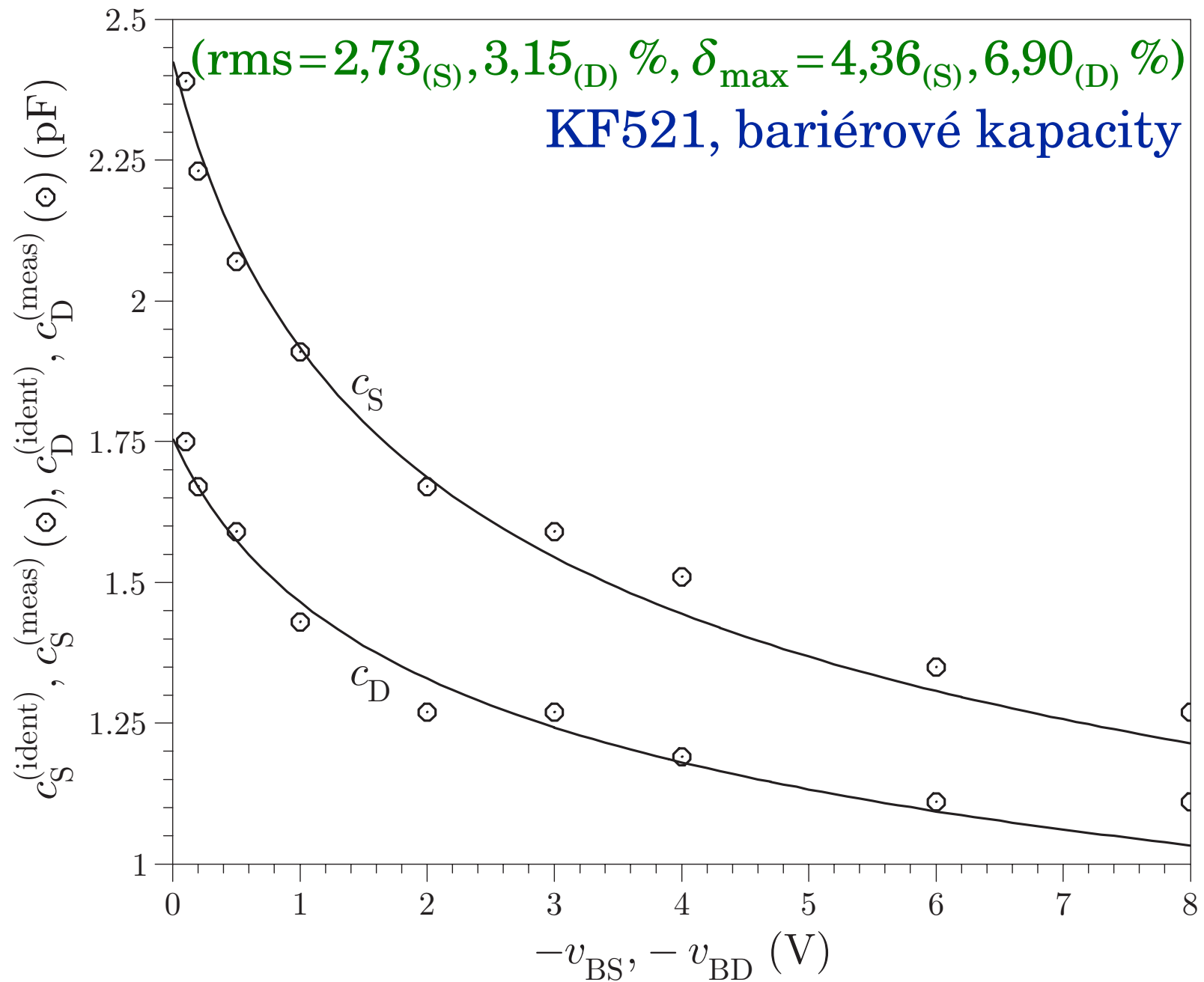


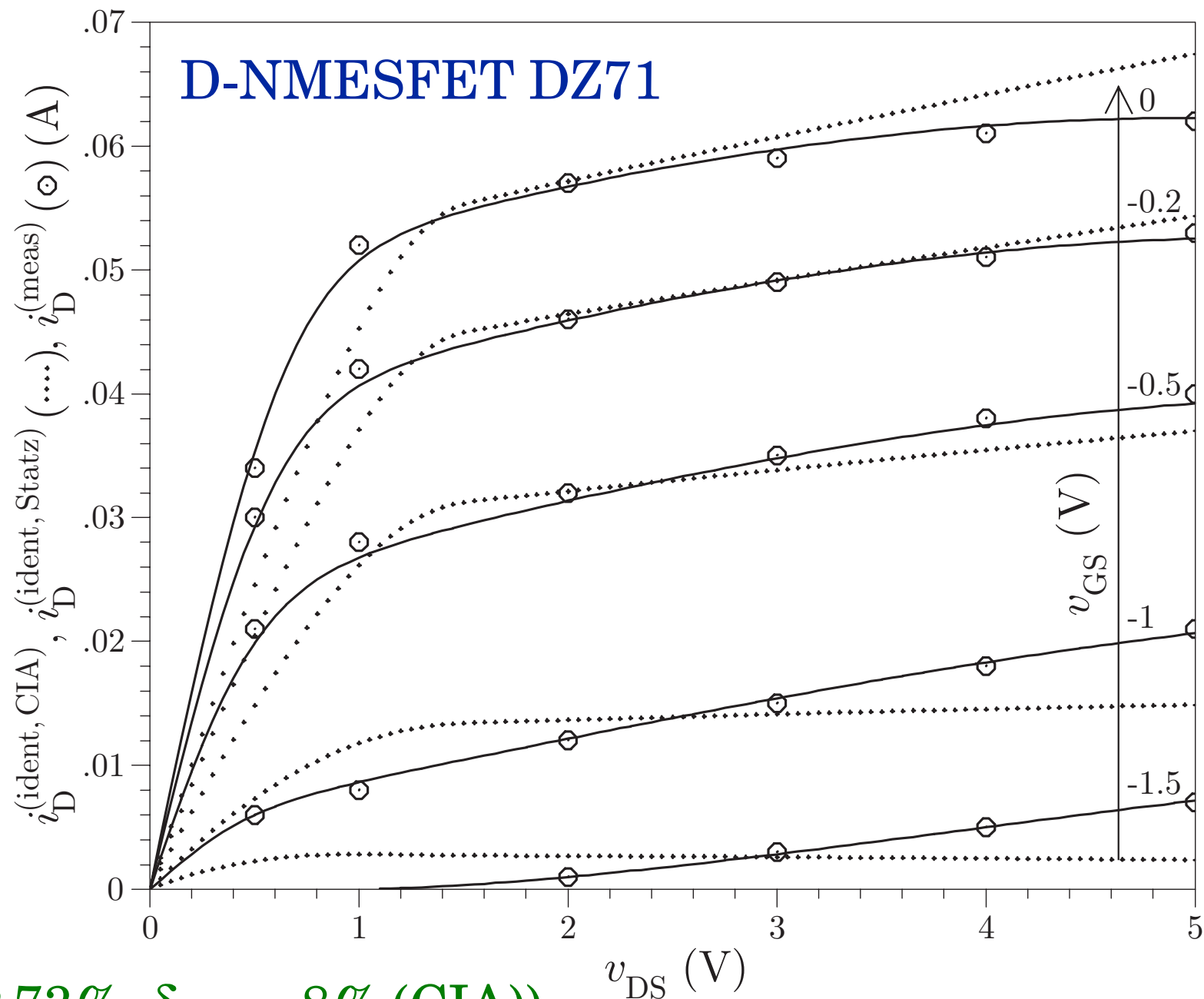




(rms=2,18%, δ_{\max} =5,41%)

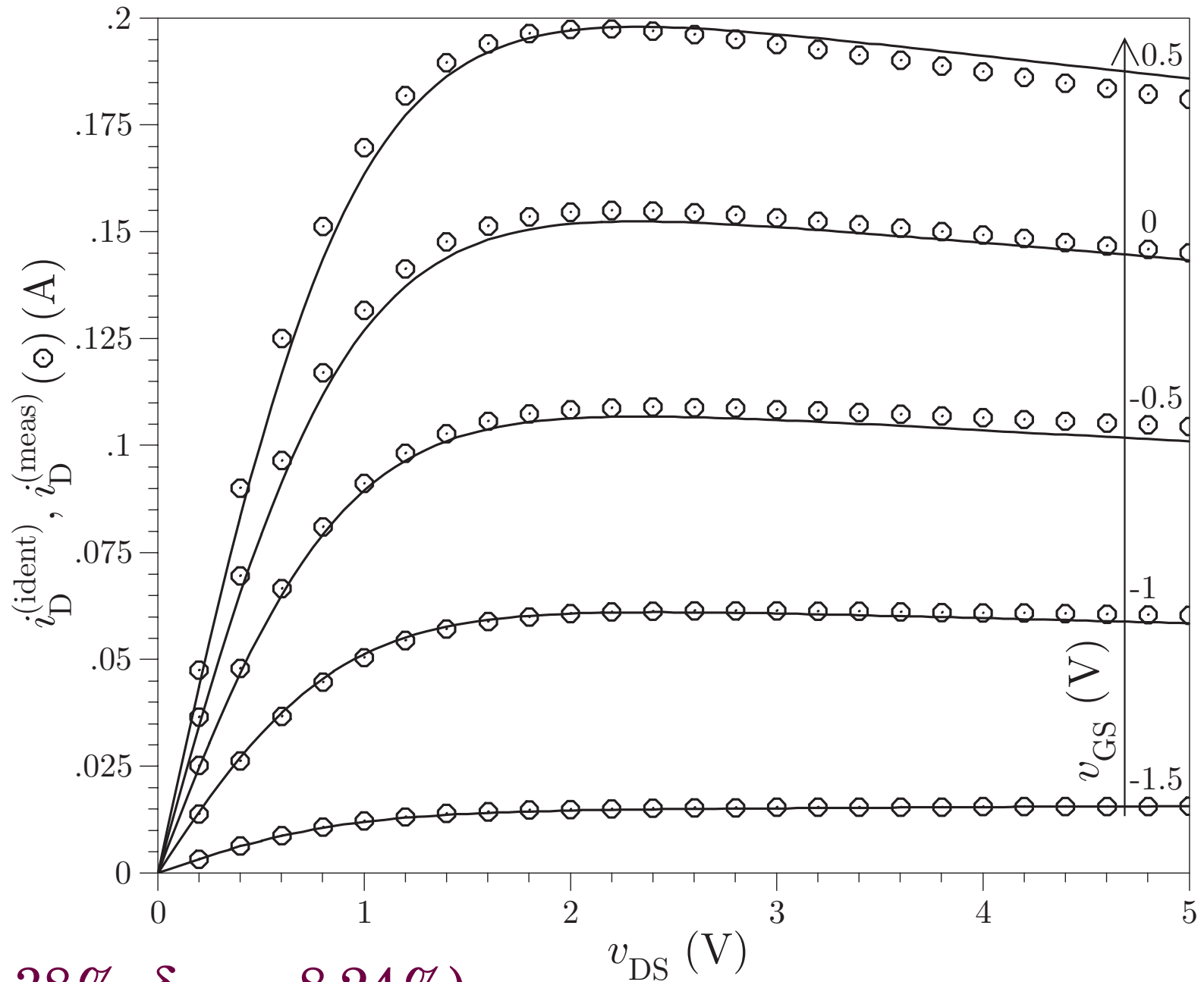






(rms=2,73%, $\delta_{max}=8\%$ (CIA))

Pseudomorfní HEMT



(rms=2,38%, $\delta_{\max}=8,24\%$)

